



VISTO:

La Ordenanza Fa.MAF N° 1/84 y la Resolución HCD 250/84; y

CONSIDERANDO:

La importancia que los Cursos de Formación Superior revisten para la formación de los futuros Doctores en Matemática;

La existencia de nuevos Grupos de Investigación en la Sección Matemática;

EL HONORABLE CONSEJO DIRECTIVO DE LA  
FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA  
R E S U E L V E :

ARTICULO 1°: El plan de trabajo de cada estudiante del Doctorado en Matemática deberá incluir:

- i) La aprobación de un Examen de Doctorado de acuerdo a los programas y modalidades que se establecen en el Anexo I de esta Resolución.
- ii) La aprobación de al menos tres Cursos de Formación Superior o su equivalente en cursos de posgrado de menor puntaje, de acuerdo a lo establecido en la Resolución HCD N° 235/94, cuyos contenidos no se superpongan significativamente con los contenidos de las materias rendidas en el examen de Doctorado.

ARTICULO 2°: El examen establecido en el Artículo 1°, inc) (i), será tomado en las fechas que se determinen de acuerdo al Artículo 24 de la Ordenanza FaMAF N° 1/84 y al mecanismo explicitado en el Anexo I, y deberá rendirse dentro de los 2 primeros años de la carrera, salvo debida justificación.

ARTICULO 3°: El tribunal encargado de tomar el examen al que se refiere el Artículo 2°, estará integrado por Profesores de Matemática de esta Facultad, con máximo grado académico. En cada ocasión, el Tribunal será designado por el Decano con suficiente antelación.

ARTICULO 4°: Serán funciones del tribunal del examen establecido en el Artículo 1° inc) (i):

- i) Confeccionar las pruebas que constituyan el examen.
- ii) Receptar las pruebas correspondientes.
- iii) Calificar las pruebas y el examen, labrando el acta correspondiente.
- iv) Elevar el acta a la Secretaría de Posgrado de la Facultad para su registro y archivo.

ARTICULO 5°: Los Cursos de Formación Superior a los que se refiere el inciso (ii) del Artículo 1°, deberán ser propuestos al HCD por la Comisión Asesora del Doctorando.

ARTICULO 6°: Comuníquese y archívese.

DADA EN LA SALA DE SESIONES DEL HONORABLE CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA, A VEINTICUATRO DÍAS DEL MES DE MAYO DE DOS MIL CUATRO.  
ms.

Dr. MIGUEL A. RE  
Secretario General Fa.M.A.F.

Dr. GIORGIO M. CARANTI  
Decano de Fa.M.A.F.



ANEXO I

1º) El Examen de Doctorado establecido en Artículo 1º, inc) (i) de la presente Resolución consistirá de tres pruebas escritas, cada una de ellas correspondiente a una de las materias cuyos programas se especifican en el punto 7º.

2º) El Examen se tomará en no más de tres (3) sesiones diferentes dentro de un lapso no mayor que treinta (30) días corridos. La prueba correspondiente a cada una de las materias deberá completarse en una única sesión.

3º) Las materias que conforman el Examen de Doctorado provienen de un grupo de materias denominadas básicas y de otro grupo de materias denominadas específicas. El grupo de materias básicas consta de dos áreas:

- a) Área análisis, conformada por las materias Funciones reales y Funciones complejas.
- b) Área álgebra, integrada por las materias Álgebra lineal numérica y Estructuras algebraicas.

El grupo de materias específicas está constituido por: Análisis funcional, Variedades diferenciables, Topología algebraica, Estadística, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, Álgebra universal y teoría de reticulados y Teoría elemental de Lie.

4º) Las materias del examen serán:

- 1) Una de las materias básicas del área de álgebra,
- 2) Una de las materias básicas del área de análisis, y
- 3) Una tercera elegida entre las materias específicas y las materias básicas restantes.

5º) Cada examen será calificado como "Aprobado", "No Aprobado" ó "Aprobado Condicionalmente". La calificación de "Aprobado" se asignará cuando las tres pruebas fueren consideradas satisfactorias y la de "No Aprobado" cuando dos ó más pruebas fueren consideradas no satisfactorias. La calificación de "Aprobado Condicionalmente" se asignará cuando exactamente una prueba fuere considerada no satisfactoria. En tal caso el estudiante deberá rendir satisfactoriamente una nueva prueba de la correspondiente materia en alguna de las dos épocas de exámenes subsiguientes, a efectos de obtener la calificación de "Aprobado". En caso contrario la calificación final será "No Aprobado". En todos los casos, la calificación de "No Aprobado" implicará que el estudiante deberá rendir nuevamente las tres pruebas para aprobar el examen.

6º) Para rendir el examen el estudiante deberá inscribirse en la Secretaría de Posgrado. En la solicitud de inscripción deberán constar las materias que se eligen de acuerdo a los puntos 3º) y 4º). Asimismo el estudiante deberá proponer la manera en que desearía que las sesiones y las pruebas fuesen distribuidas. Esta distribución será decidida finalmente por el Decano de la Facultad y la decisión será comunicada dentro de los diez días de efectuada la inscripción. Se recomienda al estudiante que se inscriba al menos 30 días antes de la fecha propuesta para comenzar el examen. En todo esto debería actuar de común acuerdo con su Director.



Universidad Nacional de Córdoba

FACULTAD DE MATEMÁTICA ASTRONOMÍA Y FÍSICA

---

El estudiante podrá inscribirse para el examen en cualquier fecha autorizada desde el momento en que sea considerado un doctorando (Art. 6°) Ordenanza FaMAF 1/84.

7°) PROGRAMAS: Funciones reales, Funciones complejas, Estructuras algebraicas, Álgebra lineal numérica, Análisis funcional, Variedades diferenciables, Topología algebraica, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, Estadística, Álgebra universal y teoría de reticulados y Teoría elemental de Lie.

ms.

*ms.*

  
Dr. MIGUEL A. RE  
Secretario General Fa.M.A.F.

  
Dr. GIORGIO M. CARANTI  
Decano de Fa.M.A.F.



### **FUNCIONES REALES**

1. Medida de Lebesgue. Medida exterior. Conjuntos medibles. Funciones medibles. Convergencia casi uniforme. Teorema de Egorov. Teorema de Lusin.
2. Integral de Lebesgue de funciones acotadas en conjuntos de medida finita. Funciones integrables Riemann. Lema de Fatou. Convergencia monótona. Teorema de convergencia dominada de Lebesgue. Convergencia en medida.
3. Diferenciación e integración. Funciones de variación acotada. Diferenciación de integrales. Continuidad absoluta. Funciones convexas. Desigualdad de Jensen.
4. Espacios  $L^p$ . Desigualdades de Hölder y Minkowsky. Completitud. Funcionales lineales continuas. Teorema de representación de Riesz.
5. Teorema de Baire en espacios métricos. Teorema de Stone-Weierstrass. Teorema de Arzela-Ascoli. Teorema del gráfico cerrado y de la aplicación abierta. Espacios de Hilbert. Sistemas ortonormales completos. Identidad de Parseval. Funciones lineales en espacios de Hilbert. Series de Fourier.
6. Espacios de medida abstractos, funciones medibles e integrables. Diversos Teoremas de convergencia. Medidas con signo. Descomposición de Hahn. Descomposición de Jordan. Variación total. Teorema de Radon- Nykodom. Descomposición de Lebesgue. Espacios  $L^p$ ,  $1 < p < \infty$ .
7. Medida exterior. Integral de Lebesgue-Stieljes. Medida producto. Teoremas de Fubini y Tonelli.
8. Conjuntos Borelianos en espacios localmente compactos. Medida de Baire. Funciones positivas en  $C_0(X)$ . Medidas regulares. Funciones continuas en  $C(X)$  ( $X$  compactos). Teorema de representaciones de Riesz.

### **BIBLIOGRAFÍA**

1. H. Royden. Real Analysis. Macmillan, 1968.
2. W. Rudin, Real and Complex Analysis, Mc. Graw-Hill, 1966.

pc.



### **FUNCIONES COMPLEJAS**

1. Diferenciación compleja. Funciones analíticas y series de potencias. Funciones elementales. Transformaciones homográficas. Aplicaciones conformes.
2. Integración compleja. Teorema de Cauchy. Teoremas de Liouville, Morera; de la aplicación abierta y del módulo máximo. Lema de Schwarz.
3. Singularidades. Desarrollo de Laurent. Residuos. Cálculo de integrales por residuos. Teorema de Weierstrass - Casorati y enunciados de su generalización: Teorema de Picard. El principio de reflexión de Schwarz.
4. Familias normales. Teoremas de Montel y de la aplicación de Riemann. Teorema de factorización de Weierstrass. La función gamma.
5. Teorema de Runge. Diversas caracterizaciones de regiones simplemente conexas del plano complejo. Teorema de Mittag-Leffler.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- 1) L. Ahlfors. Complex Analysis. Mc. Graw Hill, 1979.
- 2) J. Conway. Functions of one complex variable. Springer, 1978.
- 3) W. Rudin. Real and complex analysis. Mc. Graw Hill, 1966.

pc.

aw



### **ÁLGEBRA LINEAL NUMÉRICA**

Autovalores y autovectores. Similaridad. Polinomio característico. Método de las potencias y de las potencias inversas. Método del cociente de Rayleigh.  
Matrices unitarias. Equivalencias por unitarias. Teorema de triangularización de Schur. Matrices normales. Rotaciones de Givens. Reflexiones de Householder. Factorización QR. Algoritmo QR. Problema de cuadrados mínimos.  
Forma canónica de Jordan. Polinomio minimal. Factorizaciones triangulares. Descomposición LU.  
Matrices hermitianas y simétricas. Caracterización y propiedades. Descomposición espectral. Autovalores de matrices hermitianas.  
Normas vectoriales y matriciales. Sistemas lineales. Teoría de perturbaciones. Número de condición.  
Localización y teoría de perturbación de autovalores. Teoremas de Gershgorin.  
Métodos iterativos para sistemas lineales. Métodos de Jacobi, Gauss-Seidel y SOR. Métodos de descenso. Método de gradientes conjugados.  
Matrices definidas positivas y semidefinidas positivas. Caracterización y propiedades. Descomposición de Cholesky. Descomposición polar y descomposición en valores singulares.

### **BIBLIOGRAFÍA**

1. R. Horn and C. Johnson. Matrix Analysis. Cambridge University. Press, 1985.
2. G. Golub and Van Loan. Matrix Computations. The Johns Hopkins. University Press, 1989.
3. D. Warkins. Fundamentals of Matrix Computations. John Wiley & Sons, 1991.
4. P. Lascaux et R. Theodor. Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur. Masson, 1987.
5. K. Hoffman and R. Kunze. Linear Algebra. Prentice Hall, 1961.

pc



### **ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS**

1. Grupos. Subgrupos. Homomorfismos. Grupos cíclicos. Grupos cocientes. Grupos finitos. Grupos simples (Grupo de Permutaciones). Grupos Libres. Acciones de un grupo sobre un conjunto. Teoremas de Sylow. Grupos abelianos libres. Subgrupos. Estructura de Grupos abelianos finitamente generados. Grupos divisibles.
2. Anillos. Homomorfismos. Anillo cociente. Ideales. Ideales primos y maximales. Dominio a ideales principales y de factorización única. Anillos de polinomios, nociones básicas.
3. Módulos. Submódulos. Homomorfismos. Módulo cociente. Módulo finitamente generado sobre dominio a ideales principales, submódulos, estructura. Espacios vectoriales. Forma racional y de Jordan de una transformación lineal.

### **BIBLIOGRAFÍA**

1. S. Lang. Álgebra. Addison. Wesley, 1965.
2. K. Hoffman y R. Kunze. Linear álgebra . Prentice. Hall, 1961.
3. E. Gentile. Notas de Álgebra, fascículo 22. F.C.E.F. y N. de la U.S.A..

pc.



### **ANÁLISIS FUNCIONAL**

1. Espacios vectoriales topológicos. Conjuntos balanceados, absorbentes y convexos. Axiomas de separación. Conjuntos acotados. Funcional de Minkowski. Espacios localmente convexos. Generación de topologías mediante familias de seminormas. Completitud. Condiciones de metrizabilidad. Espacio dual de un E.V.T.L.C.. Topologías en el espacio dual. Espacios de funciones diferenciales en  $\mathbb{R}^n$ .
2. El espacio de funciones de prueba y su topología. Distribuciones, funciones localmente integrables y medidas. Derivación de distribuciones. soporte. Orden. Convolución. Regularización de funciones y distribuciones. El espacio de Schwartz ( $S(\mathbb{R}^n)$ ). Distribuciones temperadas. Transformada de Fourier de distribuciones. Transformada de Fourier en  $S(\mathbb{R}^n)$ ,  $L^1(\mathbb{R}^n)$  y  $L^2(\mathbb{R}^n)$ . Teorema de Plancherel.
3. Operadores acotados en un espacio de Banach. Espectro (continuo, discreto y residual). Resolución. Operadores compactos. Propiedades y ejemplos. Espectro de un operador compacto.
4. Operadores autoadjuntos en espacios de Hilbert. Operadores positivos. Convergencia débil y fuerte. Raíz cuadrada de un operador positivo. Descomposición polar. Cálculo funcional. Proyecciones ortogonales. Resolución de la identidad. Teorema espectral para operadores normales. Operadores compactos autoadjuntos. Operadores unitarios.

### **BIBLIOGRAFÍA**

1. W. Rudin. Functional Analysis. Mc. Graw Hill. 1973.
2. S. Lang. Real Analysis. Addison Wesley, 1969.
3. Riesz et Nagy. Lecons d'Analyse Fonctionnelle. Gauthier-Villars, 1968.

pc.



### **VARIEDADES DIFERENCIABLES**

1. Variedades diferenciables. Fibrados tangente y cotangente. Particiones de la unidad. Funciones diferenciables que separan cerrados de compactos.
2. Subvariedades, inmersiones, inmersiones inyectivas. Teorema de la función inversa. Forma local de una inmersión. Diferenciabilidad de funciones con imagen en una subvariedad. Teorema de la función implícita. Forma local de una submersión. Teorema del rango.
3. Campos vectoriales. Extensiones locales y restricción de campos a través de una inmersión. Corchete de Lie de campos. Curvas integrales. Flujo local de campos. Distribuciones diferenciables e involutivas. Teorema de Frobenius: formas local y global.
4. Formas diferenciales. Derivada exterior de formas. Propiedades de funtorialidad. Derivada de Lie de formas. Orientabilidad de variedades, distintos criterios. Integración de  $n$ -formas. Teorema de Stokes y de la divergencia. Sus versiones clásicas en el espacio Euclídeo.
5. Grupos de Lie. Álgebra de Lie de un grupo de Lie. Correspondencia subgrupo-subálgebra. Grupo monoparamétrico. Exponencial: ejemplos y propiedades. Subgrupos cerrados. Estructura de variedades homogéneas y ejemplos.

### **BIBLIOGRAFÍA:**

1. Frank Warner. Foundations of Differentiable manifolds and Lie groups. Scott, Foresman and Co., 1971.
2. Y. Matsushima. Differentiable manifolds. M. Dekker, 1972.
3. W. Boothby. Differentiable Manifolds and Riemannian Manifolds. Academic Press, 1975.

pc.





### TOPOLOGÍA ALGEBRAICA

1. Homotopía de funciones. Equivalencia homotópica. Retractos por deformación. Retractos por deformación. Grupo fundamental. Espacios simplemente conexos. Teorema del punto fijo de Brouwer. Teorema de Van Kampen. Aplicaciones.
2. Espacios de revestimiento. Revestimiento Universal. Relevamiento de Funciones. Transformaciones de cubrimiento y su relación en el grupo fundamental. Correspondencia entre cubrimientos de  $X$  y subgrupos de  $\pi_1(X)$ . Revestimientos de grupos topológicos. Grupos de homotopía de orden superior. Propiedades básicas.
3. Homología singular. (R un D. I. P.). Invariancia Homotópica. Homología relativa. Sucesión exacta de homología Excisión. Aplicaciones a esferas. Sucesión de Mayer-Vietoris. Relación entre  $\pi_1(X)$  y  $H_1(X, Z)$ . Teorema de Jordan-Brouwer. Invariancia del dominio y de la dimensión.
4. Complejos CW. Su homología. Características de Euler. Grupo fundamental de un complejo CW.
5. Cohomología singular. Cohomología relativa. Relación entre  $(H^q(X, R)$  y  $H_q(X, R)$  (R un D.I.P.).

### BIBLIOGRAFÍA

1. M. Greenberg. Lectures on Algebraic Topology. Benjamín, 1967.
2. W. Massey. Introducción a la Topología Algebraica. Reverté, 1972.
3. A. García A, C. Sánchez. Introducción a la Topología Algebraica. Dirección General de Publicaciones de la Universidad Nacional de Córdoba, 1994.

pc.

*AluX*



## ESTADÍSTICA

**Cap. I Fundamentos Probabilísticos:** Espacios probabilísticos. Teorema de extensión de Caratheodory. Variables aleatorias. Probabilidad y esperanza condicional: teorema de Radon-Nikodym. Convergencia de sucesiones de variables aleatorias: teorema de Kolmogorov, leyes débil y fuerte de los grandes números. Transformada de Laplace: función generadora de momentos. Transformada de Fournier: funciones características. Teoremas centrales de límite.

**Cap. II: Fundamentos de inferencia puntual paramétrica (muestras finitas).** Modelos estadísticos paramétricos. Estimadores: suficiencia, completitud, ancilaridad, insesgamiento. Teoremas de Rao-Blackwell y Lehmann-Scheffe. Estimadores IMVU. Familias exponenciales. Estimadores de momentos y máxima verosimilitud. Desigualdad de la información. Cota de Rao-Cramer

**Cap. III: Fundamentos de tests de hipótesis y regiones de confianza en modelos paramétricos.** Tests uniformemente más potentes: hipótesis uni y bilaterales, potencia, nivel y p-valor. Tests óptimos. Lema de Neyman-Pearson. Tests para media y varianza en el caso normal. Tests insesgados: tests uniformemente más potentes insesgados. El problema de dos muestras. Cotas, intervalos y regiones de confianza.

**Cap. IV. Teoría de grandes muestras: resultados asintóticos.** Consistencia y normalidad asintóticas. Distribución asintótica de estimadores de máxima verosimilitud y de momentos. Eficiencia relativa asintótica. Cota de Rao-Cramer asintótica. Optimalidad de máxima verosimilitud. Tests e intervalos de confianza asintóticos.

**Cap. V. Estimación Bayesiana.** Modelos bayesianos. Admisibilidad. Estimadores de Bayes. Estimación minimax. Caso de familias exponenciales. Estimador de James-Stein.

**Cap. VI. Estadística no-paramétrica.** Modelo de posición para una muestra bajo una distribución continua arbitraria. Test del signo: nivel y potencia. Estadísticas de orden, rangos. Estimador puntual de Hodges-Lehmann. Modelo de posición para una muestra bajo una distribución simétrica continua arbitraria. Tests de rangos signados de Wilcoxon: nivel y potencia. Teoría asintótica.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Breiman, L. Probability. Addison-Wesley.
2. Chung, K.L. A course in probability theory. Academic Press.
3. Durrett, R. Probability theory with examples. Duxbury.
4. Hettsmansperger, T. P. Statistical inference based on ranks, Wiley.
5. Lehmann, E.L. Theory of point estimation, Wiley.
6. Lehmann, E.L. Testing statistical hypothesis, Wiley.



## **ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES**

### **Parte I.** Fórmulas de representación para EDP.

Fórmulas explícitas para las soluciones de EDP lineales. Ecuación de transporte. Problema de valores iniciales. Problema no homogéneo.

Ecuación de Laplace para espacios de dimensión  $n$ . El problema de Dirichlet en una bola de  $\mathbb{R}^n$ . Solución fundamental en  $\mathbb{R}^n$ . Fórmula del valor medio. Principio del máximo fuerte. Función de Green en dominios con simetría.

Ecuación del calor. Derivación de la ecuación del calor en una dimensión. Solución fundamental para dimensión  $n$ . Principio del máximo fuerte.

Ecuación de ondas. Fórmula de D'Alembert. Ecuación de ondas no homogénea. Principio de Duhamel. Dominios de dependencias. Ecuación de ondas forzada. Resonancia. Método de características para las ecuaciones casi-lineales.

### **Parte II** Otras formas de representación de soluciones.

Separación de variables (Series de Fourier). Soluciones autosemejantes. (exponencial, onda viajera, solitones). Transformación de ecuaciones no lineales en lineales: Transformación de Hopf-Cole.

### **Parte III** Soluciones débiles.

Definición de derivada en forma débil, ejemplos. Definición de Espacios de Sobolev.

Opción 1:

Ecuaciones elípticas. Soluciones débiles. Existencia: Teorema de Lax-Milgran.

Opción 2:

Leyes de conservación. Ecuación de Burgers. Choques. Condición de entropía. Solución débil, Problemas de Riemann.

### **BIBLIOGRAFÍA:**

1. PDE. L. Evans. AMS 1991.
2. Primer Curso de Ecuaciones en derivadas parciales. I Peral Alonso. Addison Wesley. 1995,
3. Elementary Applied Partial Diff. Eq. R. Haberman, Prentice Hall, 1984.

pc.



Universidad Nacional de Córdoba

FACULTAD DE MATEMÁTICA ASTRONOMÍA Y FÍSICA

---

## ÁLGEBRA UNIVERSAL Y TEORÍA DE RETICULADOS

### **Capítulo I**

Reticulados. Homomorfismos, congruencias, ideales y subreticulados. Reticulados distributivos. Teorema del filtro primo. Dualidad de Priestley. Reticulados completos y reticulados algebraicos. Operadores de clausura. Álgebras de Boole.

### **Capítulo II**

Álgebras. Homomorfismos, congruencias, subálgebras. Teoremas de isomorfismos. Productos directos, congruencias factor, y álgebras directamente indescomponibles. Teorema de representación subdirecta de Birkhoff. Álgebras libres. Teorema HSP de Birkhoff. Condiciones de Mal'cev para permutabilidad y aritmeticidad. Teorema de completitud de la lógica ecuacional (Birkhoff).

### **BIBLIOGRAFÍA**

1. R. BALBES and P. DWINGER, Distributive Lattices, University of Missouri. Press, Colombia, Missouri, 1974.
2. S. BURRIS and H. SANKAPPANAVAR, A Course in Universal Algebra, Springer-Verlag, New York, 1981.
3. G. GRÄTZER, Universal Algebra, Van Nostrand, Princeton, 1968.
4. G. GRÄTZER, Lattice Theory. First Concepts and Distributive Lattices, W. H. Freeman and Co., 1971.
5. R. McKENZIE, G. McKENZIE and W. TAYLOR, Algebras, Lattices, Varieties, Vol. 1, The Wadsworth & Brooks/Cole Math. Series, Monterrey, California, 1985.

pc.

