

CURSO DE POSTGRADO

Elementos de Geometría Diferencial: Teoría de Curvas y Superficies

DOCENTE/S: Dr. Hulett Eduardo (CIEM-FAMAF UNC)

MODALIDAD: híbrida (presencial y remota).

FUNDAMENTACIÓN

Este curso está dirigido a profesores del Departamento de Matemática y de Física de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la UNC así como a estudiantes de las carreras de doctorado en Ciencias de la Ingeniería y Ciencias de la Tierra.

El curso consiste en una introducción al estudio de la Geometría Diferencial de curvas y superficies del ambiente euclidiano 3-dimensional y de su generalización a mayores dimensiones. En particular, el énfasis estará puesto en introducir con rigor matemático los conceptos básicos de la geometría, destacando los resultados centrales de la teoría local y global de curvas y superficies, así como de su generalización natural a más dimensiones.

El estudio de la Geometría diferencial está fundamentado en resultados del cálculo de varias variables y del álgebra lineal, por lo que la implementación adecuada de los métodos de ambas disciplinas para desarrollar las ideas geométricas es uno de los pilares centrales del curso. Se tendrá en cuenta tanto la visión clásica como la visión moderna de la geometría, o sea, la generalización natural de los invariantes geométricos de las superficies al contexto de las variedades diferenciables.

El profesional dedicado a la enseñanza de la Matemática o de la Física debe lograr transmitir las ideas, despertar habilidades y motivar una actitud que

promueva la investigación, la innovación y el desarrollo, elementos esenciales para lograr una comunicación interdisciplinaria efectiva. Reconocer la propedéutica de la Matemática es fundamental para lograr aplicar los métodos y resultados a la Ingeniería.

La complejidad global del entorno actual de la ingeniería y de los sistemas, como también de las actividades profesionales propias de la ingeniería obliga a las instituciones a adecuar sus conocimientos de manera de puedan ofrecer un marco conceptual que satisfaga los estándares exigidos en la formación profesional. Los profesores de las materias básicas de las carreras de Ingeniería deben estar al tanto de estas actividades.

El presente curso se destaca al concebir una organización sistémica de la Matemática, especialmente del Cálculo como continuidad de la asignatura Análisis Matemático II. En el curso se brindan conocimientos avanzados específicos de matemática que, en los cursos de grado de las carreras de ingeniería no se alcanzan a cubrir.

El profesor encargado de impartir estas disciplinas debe procurar transmitir a los alumnos las ideas, desarrollar habilidades y transmitir los conocimientos de Matemática avanzada necesarios para que los alumnos alcancen madurez y una correcta comprensión de los temas del curso.

OBJETIVO GENERAL

El objetivo general del curso es proporcionar conocimientos y herramientas para la implementación de herramientas matemáticas necesarias para formalizar las ideas geométricas básicas. El curso sirve para proveer una capacitación avanzada en Matemática dirigido a los profesores de los Departamentos de Matemática y Física, y de las áreas de Matemática y Física de otros departamentos, con el objeto de completar la formación del profesional ingeniero.

OBJETIVOS PARTICULARES

Entender en forma global e integral los diversos modelos de geometría diferencial.

Despertar la actitud de explorar distintos problemas de índole geométrica que pudieran surgir de la práctica de la ingeniería.

Adquirir familiaridad con las herramientas del cálculo y con la metodología necesaria para la aplicación de las ideas de la geometría diferencial a distintos problemas de ingeniería, como el diseño de estructuras, problemas de elasticidad, cuestiones de optimización y de mecánica de medios continuos.

CONTENIDOS MÍNIMOS

Espacios vectoriales, transformaciones lineales y autovectores. Orientación y producto cruz. Curvas en el espacio. Longitud de arco, aparato de Frenet-Serret. Existencia y unicidad para curvas. Teorema de Green e integrales de línea; curvas convexas, la desigualdad isoperimétrica.

Teoría local de Superficies. La primera forma fundamental. La curvatura normal, curvatura geodésica y las fórmulas de Gauss. Campos vectoriales paralelos a lo largo de curvas. La forma fundamental. Curvaturas principales, el teorema egregium de Gauss; isometrías. La fórmula de Gauss-Bonnet y la ecuación característica de Euler, el índice de un campo vectorial sobre una superficie.

Introducción a las Variedades diferenciables: ejemplos. Vectores tangentes. Campos vectoriales y corchetes de Lie. El diferencial de un mapa. Subvariedades. Campos vectoriales paralelos y geodésicas sobre una variedad con conexión lineal. Métrica Riemanniana, distancia y curvatura.

PROGRAMA ANALÍTICO

Unidad 1. Álgebra lineal: espacios vectoriales, transformaciones lineales y autovectores. Orientación y producto cruz, rectas, planos y esferas. Cálculo vectorial.

Unidad 2. Teoría local de curvas: definiciones básicas, longitud de arco, aparato de Frenet-Serret, resultados centrales. El teorema fundamental de la existencia y unicidad para curvas, curvas de rapidez no-unitaria.

Unidad 3. Teoría global de Curvas: teorema de Green e integrales de línea; curvas convexas, la desigualdad isoperimétrica.

Unidad 4. Teoría local de Superficies: definiciones básicas y ejemplos; la primera forma fundamental y la longitud de arco; curvatura normal, curvatura geodésica y las fórmulas de Gauss; campos vectoriales paralelos a lo largo de curvas y paralelismo; la segunda forma fundamental y el mapa de Weingarten; curvaturas: principal, gaussiana, normal, curvatura normal y el teorema egregium de Gauss; isometrías y el teorema fundamental de superficies.

Unidad 5. Teoría global de Superficies: parches coordenados geodésicos, la noción de orientabilidad. La fórmula de Gauss-Bonnet y la ecuación característica de Euler, el índice de un campo vectorial sobre una superficie.

Unidad 6. Introducción a las Variedades diferenciables: definición y ejemplos. Vectores tangentes y espacio vectorial tangente. Campos vectoriales y corchetes de Lie. El diferencial de un mapa y las subvariedades. Conexiones lineales sobre variedades. Campos vectoriales paralelos y geodésicas sobre una variedad con conexión lineal. Métrica Riemanniana, distancia y curvatura.

DESTINATARIOS

Profesionales o estudiantes de postgrado en Ciencias de la Ingeniería y Ciencias de la Tierra (geólogos, geoquímicos, físicos, agrónomos, biólogos).

CUPO: 20

MODALIDAD TEÓRICA-PRÁCTICA: Resolución de problemas y discusión de los resultados.

MODALIDAD TEÓRICA.

EVALUACIÓN: Escrita y oral.

CARGA HORARIA: 60 hs, una o dos clases por semana.

MATERIAL Y BIBLIOGRAFÍA:

REQUERIMIENTOS: aula, cañón con conexión hdmi o adaptador, pizarrón.

FECHA: inicio mediados de Marzo, finalización mediados de junio.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Millman, G. Parker, *Elements of Differential Geometry*, Prentice-Hall, New Jersey, 1977.
- [2] B. O'Neill. *Elementary Differential Geometry*, Academic Press, Elsevier, 2006.
- [3] M. Do Carmo, *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice Hall, 1977.
- [4] M. Do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhauser 1992.
- [5] J. Lee, *Introduction to Smooth Manifolds*, 3rd edition. Graduate texts in Mathematics. Springer Verlag. 2000.
- [6] W. H. Greub *Linear Algebra*, Springer Verlag, 1967.
- [7] T. Hughes and J. Marsden, *Mathematical Foundations of Elasticity*, Dover Books on Mathematics, 1993.
- [8] D. Hoffman, Kunze, *Algebra Lineal*, Prentice Hall, 2014.