

TÍTULO: Ecuaciones en derivadas parciales: métodos analíticos y numéricos			
AÑO: 2024	CUATRIMESTRE: 1°	N° DE CRÉDITOS:	VIGENCIA: 3 años
CARGA HORARIA: 60 horas de teoría y 30 horas de práctica			
CARRERA/S: Doctorado en Matemática, Doctorado en Astronomía, Doctorado en Física			

FUNDAMENTOS

Las técnicas numéricas aplicadas a las ecuaciones diferenciales conforman una herramienta fundamental en prácticamente todas las áreas de la física y la astrofísica, así como en muchas tecnologías de interés práctico. Hoy podemos afirmar que deberían ser parte del bagaje profesional de todo investigador en dichas disciplinas. Sin embargo los programas de las licenciaturas no cubren estos saberes, ni los numéricos, ya que no se los usa más allá del curso elemental, ni los de tipo analítico, ya que la mayor parte de los programas y libros de texto se basan en conocimientos previos a los avances más significativos de área y solo hacen hincapié en métodos analíticos (de dudosa convergencia) y para el puñado de casos en los que se pueden obtener soluciones en forma cerrada (usualmente situaciones de alta simetría). Casi ninguno de esos métodos pueden ser utilizados en los problemas de la ciencia moderna, que es descrito por ecuaciones de derivadas parciales, cubriendo procesos en todas las escalas, desde las nanoscópicas, hasta las del universo.

OBJETIVOS

Los objetivos del curso son los de lograr que los estudiantes adquieran familiaridad con las bases de la teoría de las ecuaciones diferenciales más comunes (ordinarias, elípticas, hiperbólicas y parabólicas), comprendan los distintos comportamientos de las mismas y puedan aproximar numéricamente sus soluciones, comprobando así estos comportamientos. Durante el curso tendrán que usar códigos de distinta sofisticación, modificar códigos ya existentes o generar nuevos. Con los mismos resolverán distintos tipos de problemas, de contorno, iniciales, etc. y analizarán las soluciones encontradas: visualizarán las mismas, encontrando máximos, controlando sus energías y otras cantidades conservadas, y analizarán la convergencia numérica.

PROGRAMA

Unidad I: Herramientas matemáticas.

1. Rudimentos de topología.
2. Espacios Vectoriales de dimensión finita.
3. Nociones básicas de geometría.
4. Espacios de Banach y Hilbert.
5. Espacios de Sobolev y Distribuciones.

Unidad II: Ecuaciones ordinarias.

1. Reducción a primer orden.
2. Interpretación geométrica de sistemas de primer orden.
3. Coeficientes constantes.
4. Estabilidad. Teorema de Lyapunov.
5. Métodos numéricos y su estabilidad.
6. Uso de programas en C, Python y/o Julia.

Unidad III: Clasificación de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales.

1. Reducción a primer orden.
2. Concepto de bien puesto. Ejemplos y contraejemplos.
3. Orden cero no interesa.
4. Sistemas hiperbólicos, parabólicos y elípticos.
5. Sistemas a coeficientes constantes.

Unidad IV: Sistemas hiperbólicos cuasi-lineales.

1. Existencia y unicidad local. Estabilidad local.
2. Generación de choques.
3. Causalidad.
4. Condiciones de contorno.
5. Métodos numéricos.
6. Métodos de líneas.
7. Diferencias finitas.
8. Interfases.

Unidad V: Sistemas elípticos.

1. Existencia, unicidad y suavidad. Estabilidad.
2. Condiciones de contorno generalizadas.
3. Métodos numéricos: Elementos Finitos
4. Introducción a Gridap

Unidad VI: Sistemas parabólicos.

1. Existencia y unicidad local. Estabilidad.
2. Condiciones de contorno.
3. Métodos numéricos.
4. Interfases.

PRÁCTICAS

Durante el curso se realizarán 6 o 7 prácticas de implementación numérica de los algoritmos estudiados. Los mismos se harán en grupos y los grupos deberán exponer los resultados en clases. Finalmente habrá un proyecto individual que cada estudiante deberá hacer por si solo.

BIBLIOGRAFÍA

Métodos Matemáticos de la Física, Oscar Reula
Mathematical Physics, Robert Geroch
Time-Dependent Problems and Difference Methods, Bertil Gustafsson, Heinz-Otto Kreiss, Joseph Oliger

Introduction to Numerical Methods for Time Dependent Differential Equations, Heinz-Otto Kreiss, Omar Eduardo Ortiz
Continuum and Discrete Initial-Boundary Value Problems and Einstein's Field Equations, Oliver Sarbach & Manuel Tiglio (teoría matemática y numérica para ecuaciones hiperbólicas, aplicaciones a relatividad general). Living Reviews in Relativity.
Lecture notes on Numerical Analysis of Partial Differential Equations, Douglas Arnold

MODALIDAD DE EVALUACIÓN

La regularidad se alcanza con el 80% de asistencia y la entrega de las tareas realizadas.
La aprobación del curso requiere además la aprobación de un proyecto donde se integrarán distintos conocimientos y habilidades adquiridas.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO

Exposición previa a los temas de métodos matemáticos: Álgebra Lineal, Cálculo Avanzado, Geometría, lenguajes de programación (durante el curso usaremos Julia y habrá una pequeña introducción).